

Optimizarea predimensionării grinzilor cu moment de inerție constant și secțiune dreptunghiulară realizate din lemn lamelat încleiat

Alexandru SECU, Ciprian-Ovidiu CLĂTINICI

1. Introducere

Predimensionarea grinzilor cu moment de inerție constant și secțiune dreptunghiulară presupune determinarea înălțimii grinzii funcție de condițiile de rigiditate și stabilitate.

Pornind de la înălțimea obținută se fac verificările de rezistență și rigiditate pentru a valida soluția propusă.

Acest algoritm propus de literatura de specialitate conduce, de obicei, la secțiuni neeconomice și, în consecință la necesitatea optimizării soluției propuse.

În prezenta lucrare propunem optimizarea în faza de predimensionare (optimizarea predimensionării) în scopul reducerii iterațiilor și obținerea unei proiectări eficiente.

2. Notății

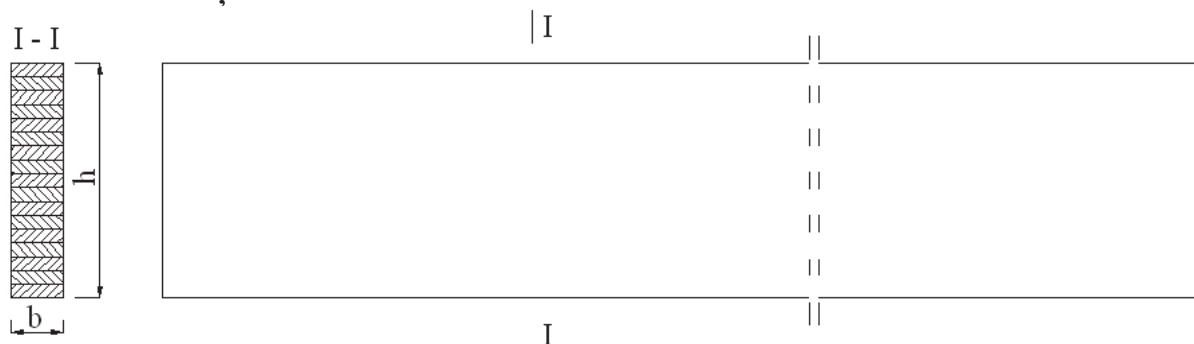


Fig. 1. Forma grinzii studiate

Fig. 1. The geometry of the investigated beam

b – lățimea grinzii;

h – înălțimea grinzii;

l_c – lungimea de calcul a grinzii;

a – grosimea dulapilor din care sunt alcătuite lamelele;

R_i – rezistența la întindere din încovoiere a lemnului (determinată în ipoteză conform căreia secțiunea ar fi alcătuită din lemn masiv);

k – coeficientul de reducere a rezistenței la întindere din încovoiere în funcție de modalitatea realizării îmbinării de continuitate a lamelelor în zona întinsă;

p – încărcarea de calcul a grinzii;

k_w – coeficient de corecție funcție de raportul b/h ;

k_r – coeficient de corecție ce ține seama de eventualele porțiuni neîncleiate;

$R_{\text{forf. II}}$ – rezistența la forfecare în lungul fibrelor;
 $R_{\text{forf. } \perp}$ – rezistența la forfecare perpendicular pe fibre;
 v_{lim} - săgeata limită admisă;
 E – modulul de elasticitate longitudinal al lemnului masiv (lemn din care sunt alcătuite lamelele).

3. Algoritmul propus pentru optimizarea predimensionării

Algoritmul propus pentru optimizarea predimensionării presupune parcurgerea următorilor pași:

- stabilirea lățimii grinzii b (presupune corelarea cu l_c , cu lățimile recomandate de literatura de specialitate și cu posibilitățile tehnologice de alcătuire a grinzii);

- stabilirea înălțimii preliminare a grinzii;
- calculul încărcărilor pe grindă cu înălțimea preliminară;
- determinarea stării de eforturi în grinda calculată;
- determinarea valorii h_{opt} din condiția de rigiditate;
- determinarea valorii h_{opt} din condiția de a nu depăși rezistența $R_i \cdot k$;
- determinarea valorii h_{opt} din condiția de a nu depăși $R_{\text{forf. II}}$ și $R_{\text{forf. } \perp}$;
- determinarea valorii h_{opt}

Observații: Pentru exemplificare considerăm grinda încărcată cu o sarcină uniform distribuită p^n (pentru verificările de rigiditate) și p (pentru verificările de rezistență).

4. Stabilirea înălțimii preliminare a grinzii

- Din condiția de rigiditate

$$\begin{cases} h_{\text{rigid.}} = p_1 \cdot a \geq \frac{h}{15} \\ p_1 \in \mathbf{N}^* \end{cases}$$

- Din condiția de stabilitate

$$\begin{cases} h_{\text{stabil.}} = p_2 \cdot a \leq 6 \cdot b \\ p_2 \in \mathbf{N}^* \end{cases} \quad h \in [h_{\text{rigid.}}; h_{\text{stabil.}}]$$

5. Determinarea valorii h_{optim} din condiția de rigiditate

Expresia săgeții maxime:

$$v_{y \text{ max}} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p^n \cdot l_c^4}{E \cdot \frac{bh^3}{12}} \leq v_{\text{lim}}$$

obținem:

$$h_{\text{optim.rigid.}} \geq \sqrt[3]{\frac{60 \cdot p^n \cdot l_c^4}{384 \cdot E \cdot b \cdot v_{\text{lim}}}}$$

Valoarea $h_{\text{optim.rigid.}}$ se obține din sistemul:

$$\begin{cases} h_{\text{optim.rigid}} = p_3 \cdot a \geq \sqrt[3]{\frac{60 \cdot p^n \cdot l_c^4}{384 \cdot E \cdot b \cdot v_{\text{lim}}}} \\ p_3 \in \mathbf{N}^* \end{cases}$$

6. Determinarea valorii h_{optim} din condiția de a nu depăși rezistența $R_i \cdot k$;

Expresia tensiunii maxime este:

$$\sigma_x \text{ max} = \frac{M_z \text{ max}}{k_w \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}} \leq R_i \cdot k$$

obținem:

$$\begin{cases} h_{\text{optim } \sigma_x} = p_4 \cdot a \geq \sqrt{\frac{M_z \text{ max} \cdot 6}{b \cdot R_i \cdot k \cdot k_w}} \\ p_4 \in \mathbf{N}^* \end{cases}$$

7. Determinarea valorii h_{optim} din condiția de a nu depăși $R_{\text{forf.}}$ și $R_{\text{forf.}\perp}$

Expresiile tensiunilor tangențiale sunt:

$$\tau_{yx} = \frac{Q_y \text{ max} \cdot S_z \text{ max}}{b \cdot I_z \cdot k_r} = \frac{1,5 \cdot Q_y \text{ max}}{A \cdot k_r} \leq R_{\text{forf II}}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \text{ (ductilitatea tensiunilor tangențiale)} \leq R_{\text{forf } \perp}$$

Pornind de la faptul că $R_{\text{forf.}}$ = 2 $R_{\text{forf.}\perp}$, rezultă expresiile

$$\begin{cases} \frac{1,5 \cdot Q_y \text{ max}}{b \cdot h \cdot k_r} \leq 2 \cdot R_{\text{forf } \perp} & (*) \\ \frac{1,5 \cdot Q_y \text{ max}}{b \cdot h \cdot k_r} \leq R_{\text{forf } \perp} & (**) \end{cases}$$

Relația (***) conduce la determinarea expresiei pentru $h_{\text{optim},\tau}$

$$h_{\text{optim},\tau} \geq \frac{1,5 \cdot Q_y \text{ max}}{b \cdot k_r \cdot R_{\text{forf.}\perp}}$$

Valoarea $h_{\text{optim},\tau}$ se obține din sistemul

$$\begin{cases} h_{\text{optim},\tau} = p_5 \cdot a \geq \frac{1,5 \cdot Q_y \max}{b \cdot k_r \cdot R_{\text{forf.}\perp}} \\ p_5 \in \mathbf{N}^* \end{cases}$$

8. Determinarea valorii h_{optim}

Din cele expuse mai sus rezultă ca h_{optim} se obține din sistemul:

$$\begin{cases} h_{\text{optim},\tau} = p_6 \cdot a = \max[h_{\text{optim.rigid}}; h_{\text{optim},\sigma_x}; h_{\text{optim},\tau}] \\ h_{\text{optim}} < 6 \cdot b; \text{ condiția de stabilitate} \\ p_6 \in \mathbf{N}^* \end{cases}$$

9. Concluzii

Înălțimea h_{optim} obținută este răspunsul rezolvării sistemului de condiții privind rezistența, stabilitatea și rigiditatea grinzii alcătuite din lemn lamelat încleiat. Se realizează astfel optimizarea în faza de predimensionare reducându-se numărul iterațiilor necesare în vederea obținerii unui element eficient.

Bibliografie

- Marusceac, D., 1985. Construcții moderne din lemn. Editura Tehnică București, pag. 157-197;
- Natterer, J., Herzog, T., Volz, M., 1998. Construire en bois 2. Presses polytechniques et universitaires romandes, p. 97-98;
- Götz, K., Hoor, D., Möhler, K., Natterer, J., 2001. Construire en bois. Presses polytechniques et universitaires romandes, p. 21-22, 54-55.

Abstract

Predesign optimisation of beams with constant moment of inertia and rectangular cross-section made of glued laminated timber.

This study presents the predesign optimization of the beams with constant moment of inertia and rectangular cross-section made of glue laminated timber. The efficiency of the described algorithm has been tested on real cases.

Keywords: Glued laminated timber beams, constant moment of inertia, rectangular cross-section, predesign optimisation.